Fiche 3 - Étude des variations de fonctions

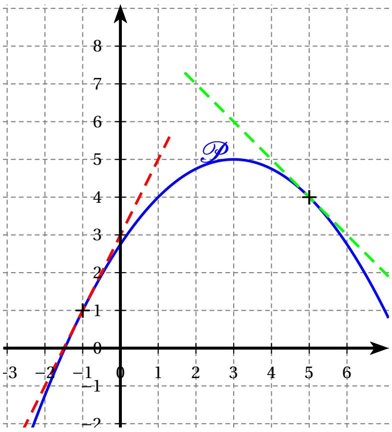
Théorème admis - signe de la dérivée dérivée et variations

On considère une fonction f définie et dérivable sur un intervalle $\mathscr{I}$.

- La fonction f est strictement croissante sur $\mathscr{I}$ si et seulement si pour tout réel x de $\mathscr{I}$, $f'(x) > 0$.
- La fonction f est strictement décroissante sur $\mathscr{I}$ si et seulement si pour tout réel x de $\mathscr{I}$, $f'(x) < 0$.
- La fonction f constante sur $\mathscr{I}$ si et seulement si pour tout réel x de $\mathscr{I}$, $f'(x) > 0$.

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $[-2;8]$, dont la représentation graphique $\mathscr{P}$ est une parabole donnée dans un repère orthonormal ci-contre.



1. Donner les valeurs de $f(5)$ puis de $f'(5)$.
2. Déterminer par lecture graphique le coefficient directeur de la tangente à la parabole $\mathscr{P}$ au point d'abscisse -1.
3. Quel est le nombre dérivé de f en 3 ?
4. Quel est le signe de $f'(4)$?
5. Tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 0,5x + 4$. $\mathscr{D}$ est-elle tangente à $\mathscr{P}$?
6. Déterminer l'expression de f.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $[-3 ; 2]$ par :
$f(x) = 5x^3 + 8x^2 - 7x - 8$.

On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. Calculer la fonction dérivée f' de f.
2. Étudier le signe de f' puis dresser le tableau de variation de f.
3. Établir un lien entre le signe de la dérivée f' et les variations de la fonction f.
4. En utilisant le tableau de variation, combien le nombre -5 a-t-il d'antécédent(s) ? Donner un encadrement de leur valeur à 0,1 près.
5. En utilisant le tableau de variation, combien le nombre $3,76$ a-t-il d'antécédent(s) ? Donner un encadrement de leur valeur à 0,1 près.
6. Existe-t-il une tangente parallèle à la droite Δ d'équation $y = -7x + 2$?

Exercice 3

Déterminer les extrema éventuels de $f : x \mapsto x + \frac{2}{x}$.
Vérifier que ces points sont bien des extrema, et préciser s'il s'agit de minima ou de maxima.

Exercice 4

f est une fonction qui vérifie :

- $f'(x) = \left(2x^2 - 7x - 15\right) \mathrm{e}^x$
- $f(-1,5) = -2$
- $f(7) = 0$

1. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f.
2. Déterminer le signe de $f(x)$.