Fiche 11 - Propriétés du logarithme népérien

Relation fondamentale du logarithme népérien

$\forall a > 0$ et $b > 0$: $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

Conséquences

Pour tous réels a et b strictement positifs et tout entier relatif n :

$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$ $\quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ $\quad \ln\left(a^n\right) = n\ln(a)$ $\quad \ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}\ln(a)$.

Exercice 1 .... 8 à 10 p 194

Exercice 2 .... 13 et 14 p 194

Exercice 3 .... 12 p 194

Exercice 4 .... 52 et 53 p 198

Exercice 5 *QCM à justifier*

Question n° 1 : Pour tout réel a strictement positif, $\dfrac{\ln(2a) + \ln(8a)}{2}$ est égal à :

a. $\ln(4a)$ **b.** $\ln(16a)$ **c.** $\ln\left(8a^2\right)$

Question n° 2 : Pour tout x positif, $\ln(x^2 + x)$ est égal à :

a. $\ln(x^2) \times \ln(x)$ **b.** $\ln(x+1) + \ln(x)$ **c.** $\ln(x^2) + \ln(x)$

Question n° 3

L'équation $\mathrm{e}^{-2x} = 6$ admet pour solution dans $\mathbb{R}$:

a. $-\ln(3)$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}^{-6}}{3}$ **c.** $\dfrac{-\ln(6)}{3}$

Question n° 4

L'équation $\ln(3x) - 1 = 0$ admet pour solution dans l'intervalle $]0; +\infty[$:

a. $\dfrac{1}{3}$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}}{3}$ **c.** $\dfrac{1}{3\mathrm{e}}$

Question n° 5

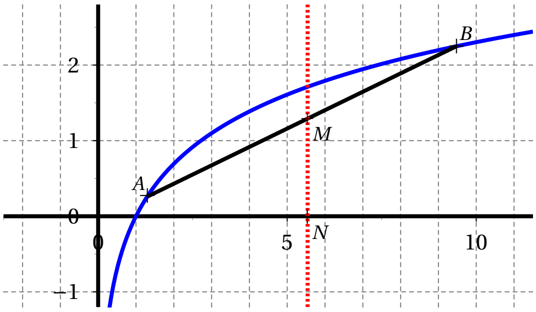
L'inéquation $\ln(x) > 5$ admet pour ensemble de solutions :

a. $\left]\dfrac{5}{\mathrm{e}}; +\infty\right[$ **b.** $\left]\mathrm{e}^5; +\infty\right[$ **c.** $]5\mathrm{e}; +\infty[$

Exercice 6 *Problème*

Dans un repère orthonormé, A et B sont deux points de la courbe représentative de la fonction $f(x) = \ln(x)$ d'abscisses respectives a et b. M est le milieu du segment $[AB]$ et N le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses.

Démontrer que $MN = \ln\left(\sqrt{ab}\right)$.



Exercice 7 .... 11 p 194