I. Définition

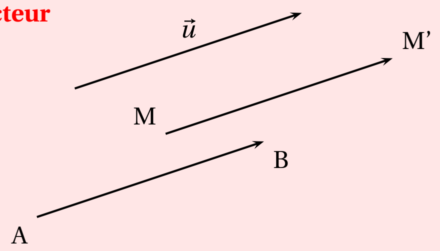
Définition de la translation (rappel)

A et B sont deux points du plan. A tout point M, on associe par la translation qui transforme A en B l'unique point M' tel que $MABM'$ est un parallélogramme.

La transformation définie ci-dessus s'appelle la **translation de vecteur** $\overrightarrow{AB}$.

Définition d'un vecteur

Un vecteur $\vec{u}$ est défini par :
- Une direction ;
- Un sens ;
- Une longueur.

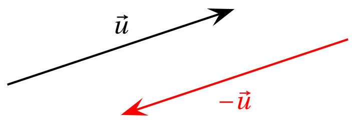


Remarques

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MM'}$ sont des représentants du vecteur $\vec{u}$: un vecteur est **indépendant** des points qui le représentent.

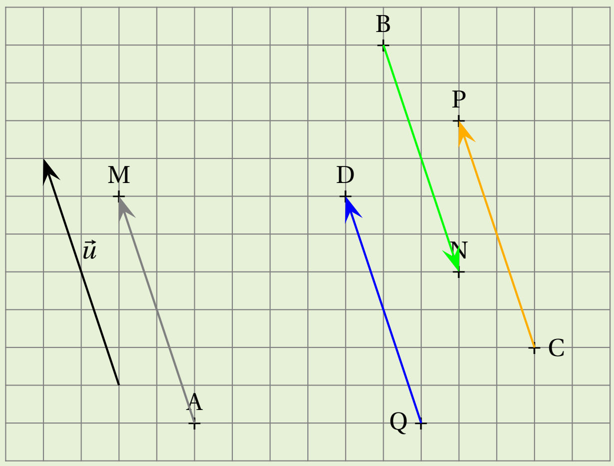
Compléments

- Le vecteur nul est noté $\vec{0}$ et correspond à tout vecteur $\overrightarrow{AA}$.
- Le vecteur opposé à $\vec{u}$, noté $-\vec{u}$, est le vecteur de même direction et de même longueur mais de sens opposé.



Exemple

Placer les points M, N, P et Q tels que :
- $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$;
- $\overrightarrow{BN} = -\vec{u}$;
- $\overrightarrow{CP} = \vec{u}$;
- $\overrightarrow{QD} = \vec{u}$;



Fiche 6

II. Égalité de vecteurs

1. Translation

Propriété

Si la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme C en D alors on dit que :

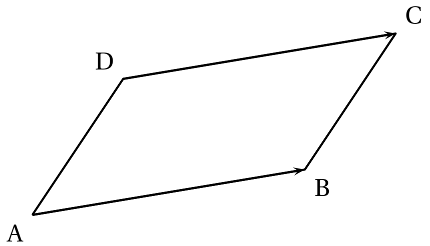
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

2. Parallélogramme

Propriété fondamentale

$ABCD$ est un parallélogramme (aplati ou non) $\Longleftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

⚠ à l'ordre des points!

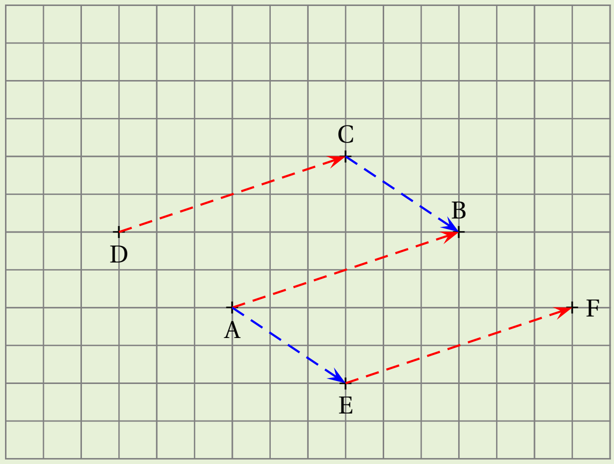


Conséquences

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Longleftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$;
- (AB) est parallèle à (CD) et $AB = CD$;
- (AD) est parallèle à (BC) et $AD = BC$.

Exercice

1. Sur le quadrillage ci-contre, placer les points D et F tels que :
   - $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
   - $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$
2. Comme $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$ et que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$
   Alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.
3. Donc ABFE est un parallélogramme.



Fiche 7

III. Somme de vecteurs

1. Construction du vecteur somme

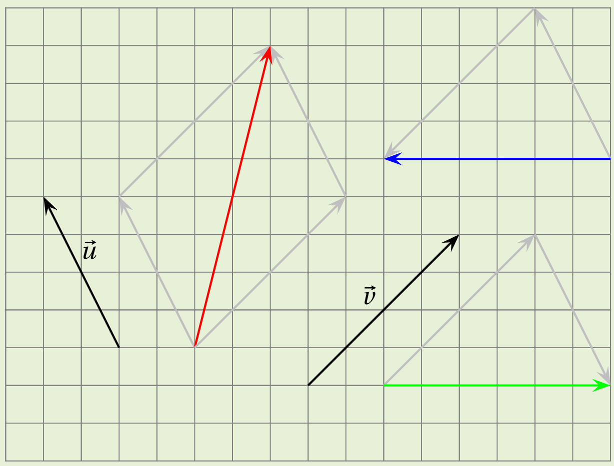
Somme de deux vecteurs

Le **vecteur somme** $\vec{u} + \vec{v}$ est obtenu en composant deux translations c'est-à-dire celle du vecteur $\vec{u}$ suivi de celle de vecteur $\vec{v}$.

Exemple

Exemple

- Tracer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.
- Tracer le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$.
- Tracer le vecteur $\vec{v} + \vec{u}$.
- Tracer le vecteur $\vec{v} - \vec{u}$.



Exemple

Image d'un point à l'aide d'une égalité vectorielle

Somme de vecteur

Remarques

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$

Fiche 8

Relation de Chasles

Pour tous points A, B et C du plan, on a :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Exemple

Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GF}$ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$

Utilisation de la relation de Chasles

Remarque

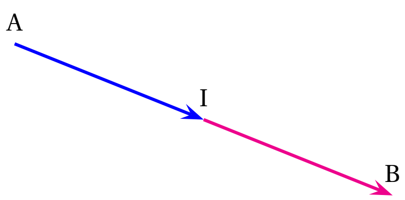
- Cette égalité est **vectorielle** et s'applique uniquement dans le cas de vecteurs. Pour les longueurs, elle correspond à l'**inégalité triangulaire** : $AB + BC \geqslant AC$ et on a l'égalité uniquement quand $B \in [AC]$.
- Pour utiliser la relation de Chasles, il est nécessaire de transformer les soustractions en sommes en utilisant l'opposé du vecteur.

Fiche 9

2. Milieu d'un segment

Propriété

I est le milieu du segment $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$



Remarque

En ce qui concerne les longueurs : $AI = IB$ si et seulement si I est située sur la médiatrice de $[AB]$.

Fiche 10 ⇒ Bilan