
Corrigé préparation DS1 - Term STI2D

Question n° 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 + 4x + 9$. On a :

$$f(-1) = 7$$

Question n° 2

Si la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f admet une tangente au point d'abscisse 2 et on sait que $f(2) = 5$ et $f'(2) = 3$.

L'équation de cette tangente est :

$$y = 3x - 1$$

Question n° 3

Si la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f admet une tangente au point d'abscisse 2 d'équation

$$y = -2x + 5 \text{ alors}$$

$$f'(2) = -2$$

Question n° 4

Pour tout x réel, $\sin(-x) =$

$$-\sin(x)$$

Question n° 5

La fonction dérivée de la fonction $f(x) = 9 \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ est :

$$f'(x) = -18 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Question n° 6

Les solutions de $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ dans $] -\pi ; \pi]$ sont :

$$\frac{2\pi}{3} \text{ et } -\frac{2\pi}{3}$$

Question n° 7

Les solutions de $\sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $] -\pi ; \pi]$ sont :

$$-\frac{\pi}{3} \text{ et } -\frac{2\pi}{3}$$

Question n° 8

On considère le point sur le cercle trigonométrique de mesure principale $-\frac{\pi}{2}$. Quel nombre n'est pas associé à ce point ?

$$\frac{9\pi}{2}$$

Exercice 1

Calculer les dérivées f' des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ alors $f'(x) = 12x^2 + 4x - 3$

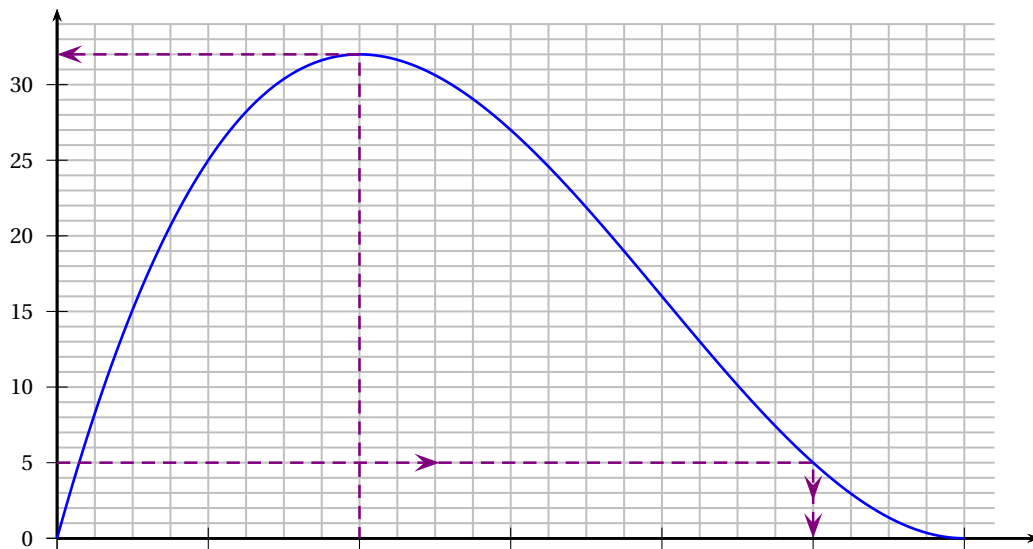
2. $g(x) = (2x - 3)(x^2 + 7)$ alors $g'(x) = u'v + uv' = 2x^3 - 3x^2 + 14x - 21$

3. $h(x) = \frac{2x+5}{x^2+4}$ alors $h'(x) = \frac{-2x^2 - 10x + 8}{(x^2+4)^2}$

Exercice 2

Partie A : Étude graphique

La fonction f est représentée par la courbe ci-dessous :



1. Au bout de deux heures la concentration du produit semble maximale. Nous lisons l'abscisse du sommet de la courbe. Avec la précision permise par le dessin, nous lisons 2. Cette concentration maximale à 1 mg/l près est d'environ 32 mg/l. Nous lisons l'ordonnée du sommet.
2. On admet que le produit actif est efficace si sa concentration dans le sang est supérieure à 5 mg/l. D'après le graphique, au bout de cinq heures il faudrait administrer à nouveau le médicament pour maintenir son effet. Nous lisons la seconde abscisse du point d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = 5$.

Partie B : Étude de la fonction

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0;6]$ par : $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0;6]$.

a. Calculons $f'(x)$. $f'(x) = 3x^2 - 12(2x) + 36 = 3x^2 - 24x + 36$.

b. $(3x - 6)(x - 6) = 3x^2 - 18x - 6x + 36 = 3x^2 - 24x + 36 = f'(x)$.

2. Étudions le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0;6]$.

Sur \mathbb{R} , $3x - 6 = 0$ est équivalent à $x = 2$ et $x - 6 = 0$ à $x = 6$. Par conséquent, on obtient le tableau de signe :

| x | 0 | 2 | 6 |
|-------------------|---|----|---|
| Signe de $3x - 6$ | - | 0 | + |
| Signe de $x - 6$ | - | - | 0 |
| Signe de $f'(x)$ | + | 0 | - |
| Variation de f | 0 | 32 | 0 |

$$f(0) = 0^3 - 12 \times 0^2 + 36 \times 0 = 0$$

$$f(2) = 2^3 - 12 \times 2^2 + 36 \times 2 = 8 - 48 + 72 = 32$$

$$f(6) = 6^3 - 12 \times 6^2 + 36 \times 6 = 216 - 432 + 216 = 0$$

3. La réponse à la question 1. de la partie A est bien confirmée. La concentration est bien maximale, valant 32 mg/l, au bout de deux heures.
4. L'affirmation « Au bout de 5 heures, la concentration dans le sang du produit actif est inférieure à 20 % de sa valeur maximale » est vraie. En effet la concentration dans le sang au bout de cinq heures est $f(5)$.

$$f(5) = 5 - \frac{20}{100} \times 32 = 6,4 \quad 5 < 6,4.$$

L'affirmation est vraie.