

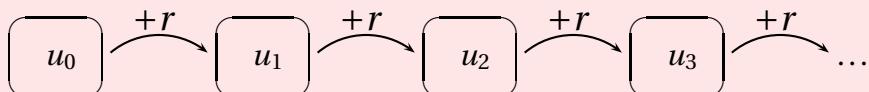
Fiche 6 - Suites arithmétiques

Suites arithmétiques

Une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite **arithmétique** si elle est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + r \text{ et son premier terme, en général } u_0$$

où r est la **raison** de la suite.



Exercice 1

Calculer les 4 premiers termes de chacune des suites arithmétiques (u_n) suivantes :

- $u_0 = 5; r = 2$
- $u_0 = 40; r = -10$
- $u_0 = -5; r = 1$

Exercice 2

Proposer les deux termes suivants de chacune des suites arithmétiques dont on indique les premiers termes puis donner la formule de récurrence.

- 11; 13,2; 15,4
- 5; 2,1; -0,8

Formule explicite

- ★ Si on connaît u_0 alors $u_n = u_0 + nr$.
- ★ Si on connaît un autre terme u_p alors $u_n = u_p + (n - p)r$.

Exercice 3

1. Donner la formule explicite de chacune des suites arithmétiques suivantes :
 - a. $u_0 = 5; r = 2$
 - b. $v_0 = 40; r = -10$
 - c. $w_0 = -5; r = 1$
2. Calculer $u_{20}; v_{35}$ et w_{23} .

Exercice 4

1. On donne $u_2 = 15$ et $u_{12} = 10$. Calculer r puis u_{16} .
2. On donne $u_5 = 12$ et $u_{17} = 72$. Calculer r puis u_{21} .

Exercice 5

Un hébergeur de sites Web possède actuellement 1 265 clients et prévoit au cours des prochaines années d'accueillir 25 clients supplémentaires chaque mois.

On modélise la situation par la suite (c_n) où c_n est le nombre de clients hébergés n mois après le début de l'étude.

1. Donner la valeur de c_0 .
2. Calculer c_1 puis c_2 .
3. Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n .
4. a. Quelle est la nature de la suite?
b. Donner ses éléments.
c. En déduire l'expression de c_n en fonction de n .
5. Déterminer le nombre de mois nécessaire pour que cette entreprise double son nombre de clients.

Exercice 6

Voici une fonction ci-contre qui permet de calculer les termes d'une suite arithmétique.

1. Quelle est la valeur du premier terme et de la raison ?
2. Que renvoie «**terme(8)**» ?

```
def terme(n) :  
    u = -2  
    for i in range(1, n+1) :  
        u = u + 7  
    return u
```

Somme des termes d'une suite arithmétique

- $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$

Exercice 7

On considère une suite arithmétique (u_n) de raison r et pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

1. On donne $u_0 = -8$ et $r = \frac{1}{2}$. Calculer S_{10} .
2. On donne $u_0 = 1,2$ et $r = -0,4$. Calculer S_{22} .

Exercice 8

En janvier, un jeune diplômé décide d'ouvrir une concession automobile. Ce premier mois, il vend 3 voitures. Ensuite, chaque mois il vendra 2 voitures de plus que le mois précédent.

1. Définir une suite arithmétique de premier terme u_1 qui permette de déterminer le nombre de voitures vendues chaque mois.
2. Combien de voitures vendra-t-il en février? mai? décembre?
3. Combien de voitures aura-t-il vendu au cours de la 1ère année?
4. Combien de voiture aura-t-il vendu en 5 ans?
5. Combien de voitures aura-t-il vendu au cours de la 3ème année.

Propriété

(u_n) est une suite **arithmétique** de raison r est :

- ★ **croissante** si $r > 0$
- ★ **décroissante** si $r < 0$
- ★ **constante** si $r = 0$

Exercice 9

Chacune des suites suivantes est arithmétique. Après avoir calculé quelques termes, dire si elle est croissante ou décroissante.

- $u_0 = 5$ et $r = 8$
- $u_0 = 12$ et $r = -3,7$
- $u_0 = -15$ et $r = 4,3$
- $u_0 = -8$ et $r = -1,6$

Exercice 10

(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 22$.

1. Déterminer par le calcul à partir de que rang N_0 la suite vérifie $u_n \geq 500$.
2. Compléter la fonction Python ci-dessous pour répondre à la question précédente :

```
def seuil() :  
    n = 0  
    u = ...  
    while ... :  
        n = n + 1  
        u = ...  
    return ...
```