Fiche 9 - Fonctions sinusoïdales

Définition

Une fonction sinusoïdale s'exprime, en fonction du temps, sous la forme :

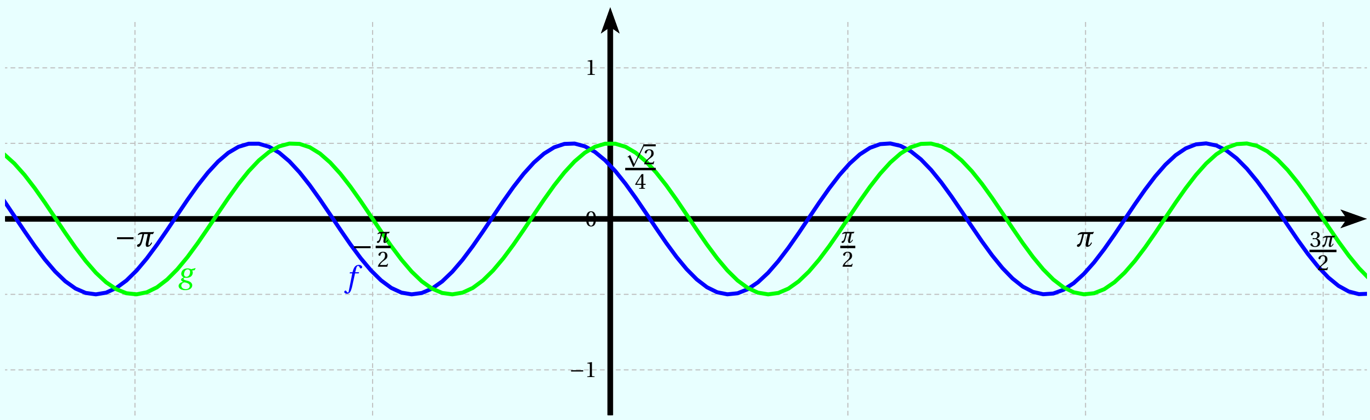
$$f(t) = A\cos\left(\omega t + \varphi\right) \quad \text{ou encore} \quad g(t) = A\sin\left(\omega t + \varphi\right)$$

- A est l'**amplitude** de la sinusoïde : c'est la valeur maximale prise par la fonction.
- ω représente la **pulsation du signal**, exprimée en radians par seconde (rad.s^{-1}).
  La **période** T, exprimée en seconde (s), est l'intervalle de temps mis pour que la fonction se reproduise à l'identique.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ou bien} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

- φ représente la **phase à l'origine**, c'est-à-dire la phase à l'instant $t = 0$, qui s'exprime en radian et $\varphi \in [-\pi\ ;\ \pi]$.

Déterminer les paramètres A ; ω et φ



On cherche une expression du type $f(t) = A\cos\left(\omega t + \varphi\right)$ et on a représenté g la courbe sans déphasage.
On détermine A et ω soit à l'aide de f soit à l'aide de g.

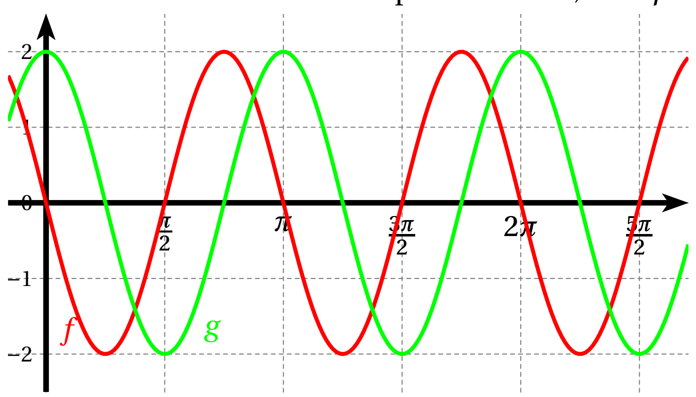
- La valeur maximale prise par la courbe est 0,5 donc $A = 0,5$.
- Sur une période de 2π, le motif est reproduit 3 fois donc $\omega = 3$.

Donc $f(t) = 0,5\ \cos\left(3t + \varphi\right)$

- Pour $t = 0$, on lit $f(0) = \frac{\sqrt{2}}{4}$.
  On résout $0,5\ \cos\left(3 \times 0 + \varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Donc $\cos\left(\varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et on obtient la solution : $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ou $\varphi = -\frac{\pi}{4}$. La courbe f est en avance sur g donc $\varphi > 0$.

$$f(t) = 0,5\ \cos\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Soit f des fonctions dont la courbe est donnée sur les graphique ci-dessous.
On sait que cette courbe est de la forme $t \mapsto A\cos\left(\omega t + \varphi\right)$.
Déterminer les valeurs des trois paramètres A, ω et φ.

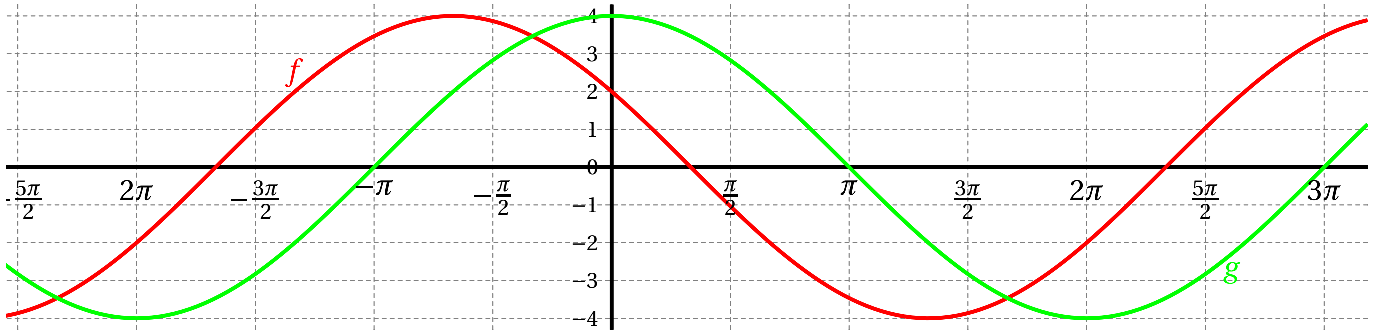


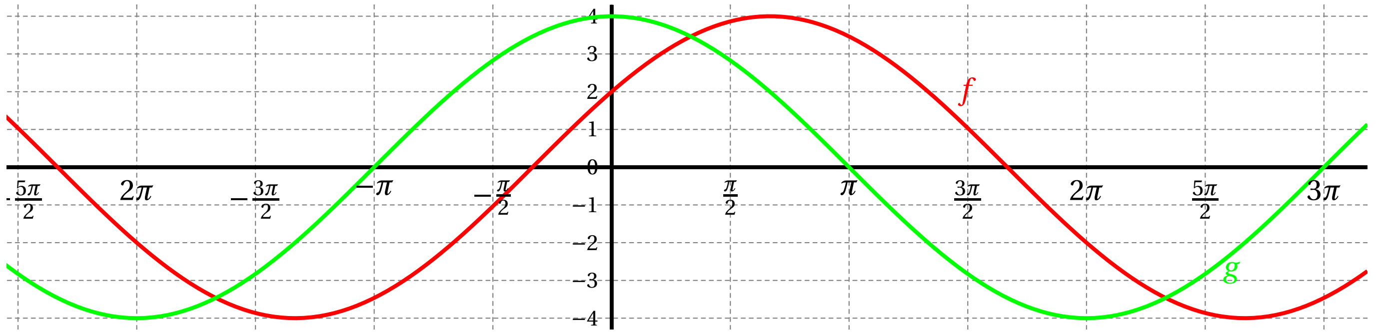
- $A = \ldots\ldots\ldots\ldots$
- Sur une période de 2π, le motif est reproduit ...fois donc $\omega = \ldots$.

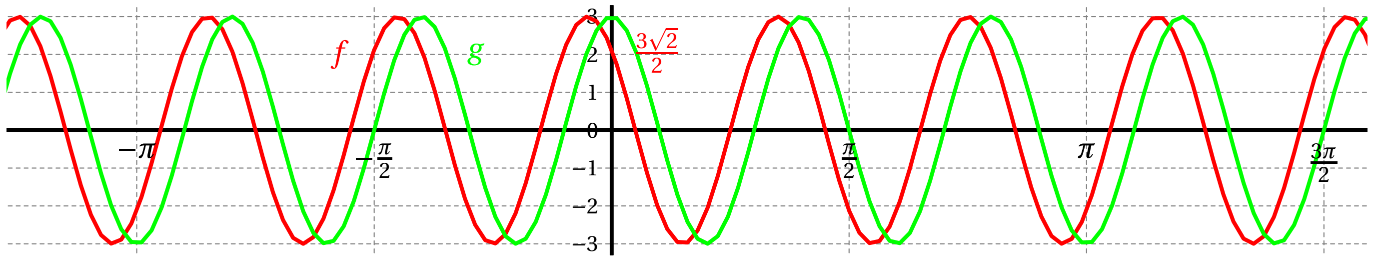
Donc $f(t) = \ldots\ \cos\left(\ldots\ t + \varphi\right)$

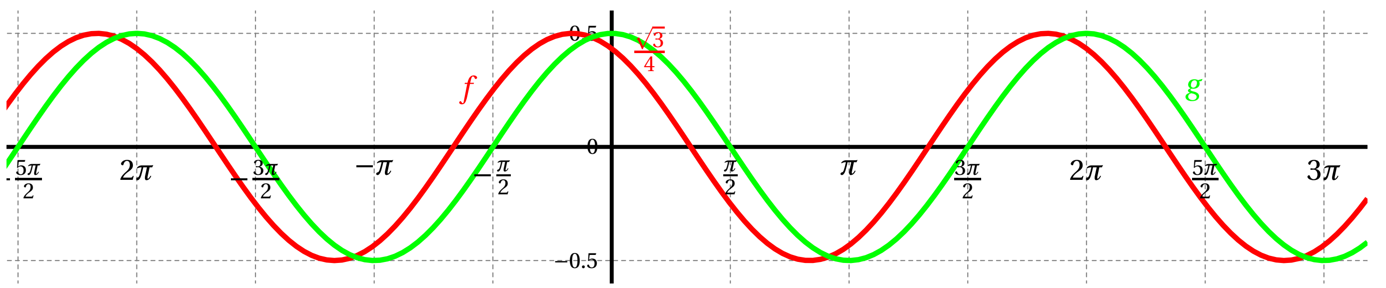
- Pour $t = 0$, on lit $f(0) = \ldots$
  Donc $\cos\left(\varphi\right) = \ldots$ et on obtient la solution : $\varphi = \ldots$ ou $\varphi = \ldots$. La courbe f est en avance sur g donc $\varphi > 0$.

$$f(t) = \ldots\ \cos\left(\ldots t + \ldots\right)$$


f
g


f
g


f
g
$\frac{3\sqrt{2}}{2}$


f
g
$\frac{\sqrt{3}}{4}$