

---

## Fiche 12 - Corrigé de l'exercice 7

---

### Exercice 7 Extrait d'un sujet BAC

- a.**  $u_1 = 0,96 \times 100\ 000 - 500 = 95\ 500 \text{ m}^3$ .  
**b.**  $u_2 = 0,96 \times 95\ 500 - 500 = 91\ 180 \text{ m}^3$ .  
**c.** Si  $u_n$  désigne le volume d'eau en  $\text{m}^3$  au matin du  $n$ -ième jour alors 4 % d'évaporation correspond à une multiplication par  $(1 - \frac{4}{100}) = 0,96$  puis une perte de 500 correspond à la soustraction par 500. On obtient :  $u_{n+1} = 0,96u_n - 500$ .
- a.** On sait que  $v_n = u_n + 12\ 500$  donc  $u_n = v_n - 12\ 500$

$$\begin{aligned} (v_{n+1}) &= u_{n+1} + 12\ 500 \\ &= 0,96u_n - 500 + 12\ 500 \\ &= 0,96(v_n - 12\ 500) + 12\ 000 \\ &= 0,96v_n - 12\ 000 + 12\ 000 \\ &= 0,96v_n \end{aligned}$$

Donc  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,96.

$$v_0 = 100\ 000 + 12\ 500 = 112\ 500.$$

**b.**  $v_n = 112\ 500 \times 0,96^n$ .

**c.** Donc, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = v_n - 12\ 500 = 112\ 500 \times 0,96^n - 12\ 500$ .

- On résout :

$$\begin{aligned} 112\ 500 \times 0,96^n - 12\ 500 &\leq 0 \iff 112\ 500 \times 0,96^n \leq 12\ 500 \\ &\iff 0,96^n \leq \frac{12\ 500}{112\ 500} \\ &\iff \ln(0,96^n) \leq \ln\left(\frac{12\ 500}{112\ 500}\right) \\ &\iff n \ln(0,96) \leq \ln\left(\frac{1}{9}\right) \\ &\iff n \geq \frac{-\ln(9)}{\ln(0,96)} \text{ car } \ln(0,96) < 0 \\ &\iff n \geq 53,8 \end{aligned}$$

Au bout de 54 jours, la cuve sera vide.