
Fiche 14 - Calculs dans l'espace - Corrigé ex 7 et 8

Exercice 7  52 p 332

1. $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ est un repère de l'espace car les 3 vecteurs ne sont pas coplanaires (dans un même plan).

2. $A(0 ; 0 ; 0); B(1 ; 0 ; 0); D(0 ; 1 ; 0)$ et $E(0 ; 0 ; 1)$.

3. $C(1 ; 1 ; 0); F(1 ; 0 ; 1); G(1 ; 1 ; 1); H(0 ; 1 ; 1); O(0,5 ; 0,5 ; 0,5)$ et $P(1 ; 0,5 ; 0,5)$.

4. a. \overrightarrow{GP} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1-1 \\ 0,5-1 \\ 0,5-1 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 0 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}$.

b. \vec{u} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 0-0 \\ 0-0 \\ 1-0 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0,5-1 \\ 0,5-0 \\ 0,5-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-3 \times (-0,5) \\ 0-3 \times 0,5 \\ 1-3 \times 0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}$

Exercice 8

On considère les points $A(2; 5; -2)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; 0; -1)$ et $D(-4; -2; 2)$.

1. Les coordonnées du point $G(x; y; z)$ vérifient :

$$\begin{pmatrix} -1-x \\ 2-y \\ 0-z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3-x \\ 0-y \\ -1-z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4-x \\ -2-y \\ 2-z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } \begin{pmatrix} -2-3x \\ -3y \\ 1-3z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On résout chaque ligne et on obtient : $G\left(-\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{3}\right)$.

2. Les coordonnées de $I(x; y; z)$ vérifient :

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-5 \\ z+2 \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}-2 \\ 0-5 \\ \frac{1}{3}+2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} \frac{3}{4}(-\frac{2}{3}-2)+2 \\ \frac{3}{4}(0-5)+5 \\ \frac{3}{4}(\frac{1}{3}+2)-2 \end{pmatrix}$$

On obtient : $I(0; 1,25; -0,25)$.

3. Les coordonnées de E sont $(\frac{2-1}{2}, \frac{5+2}{2}, \frac{-2+0}{2})$ soit $(0,5; 3,5; -1)$.

Les coordonnées de F sont $(\frac{3-4}{2}, \frac{0-2}{2}, \frac{-1+2}{2})$ soit $(-0,5; -1; 0,5)$.

4. Le milieu de $[EF]$ a pour coordonnées $(\frac{0,5-0,5}{2}, \frac{3,5-1}{2}, \frac{-1+0,5}{2})$ soit $(0; 1,25; -0,25)$.

Donc I est le milieu de $[EF]$.