Fiche 17 - Bilan et approfondissement

Exercice 1

On étudie une rivière en crue suite à un orage.
À minuit,le niveau d'eau est à 1 m 40, puis il augmente de 4 cm par heure.
On modélise par la suite (u_n) le niveau d'eau de la rivière n heures après minuit.

1. Donner la valeur de u_0.

2. Calculer u_1 puis u_2.

3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

4. En calculant plusieurs valeurs à la calculatrice, pouvez-vous trouver une **formule explicite** de (u_n) en fonction de n ?

Exercice 2

On étudie en laboratoire l'usure d'une pièce utilisée pour les hélices de navire.
Initialement, l'épaisseur de la pièce est de 25,6 cm.
On mesure en laboratoire que les frottements usent la pièce, qui perd 0,04 % de son épaisseur par heure de navigation.

1. Proposer une suite (u_n) qui modélise l'épaisseur de la pièce après n heures de navigation. *On essaiera de trouver une formule explicite et une formule par récurrence.*

2. Quelle est l'épaisseur de la pièce après 100 heures de navigation ?

Exercice 3 **- Modélisation d'un réseau**

Sur un réseau internet en heure de pointe, chaque minute :

- 85 % des utilisateurs qui étaient déjà connectés restent connectés.
- 75 nouveaux utilisateurs se connectent.

200 utilisateurs sont connectés à l'instant initial $n = 0$.
On note u_n le nombre d'utilisateurs après n minutes.

1. Calculer u_0, u_1, u_2.

2. Donner une formule de récurrence pour la suite (u_n).

3. Conjecturer la variation de la suite.

4. Le nombre d'utilisateurs augmente-t-il indéfiniment ? Combien de connexions peut-on prévoir à long terme ?

Exercice 4 **- Nombre d'abonnements**

FlixNet, un fournisseur de contenus en streaming, propose des abonnements mensuels.
Lors du lancement, la plateforme compte 1670 abonnés.
Chaque mois, 5% des clients résilient leur abonnement, et 780 nouveaux clients souscrivent un abonnement.
On représente par la suite (a_n) le nombre d'abonnés n mois après le lancement de la plateforme.

1. Calculer a_0, a_1, a_2.

2. Donner une formule de récurrence pour la suite (a_n).

3. Déterminer le nombre d'abonnés à la plateforme 3 années après le lancement.

4. Combien d'abonnés l'entreprise peut-elle espérer avoir à long terme ?

Exercice 5

Le nombre d'arbres d'une forêt est modélisé par la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ où u_n désigne le nombre d'arbres au cours de l'année $(2020 + n)$.
En 2020, la forêt possède 5000 arbres.
Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 10 % des arbres existants et de replanter 100 arbres.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. Justifier que $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$ avec $u_0 = 5000$.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'arbres en 2030.
4. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt sera inférieure à 1100 arbres.
5. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 5 % le nombre d'arbres de la forêt en 2020.

Variation d'une suite

Pour étudier les variations d'une suite, on peut étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$.

- Si $u_{n+1} - u_n > 0$ alors la suite est **strictement croissante**.
- Si $u_{n+1} - u_n < 0$ alors la suite est **strictement décroissante**.

Exercice 6

Soit (u_n) la suite définie par $u_{n+1} = u_n + 6$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 2$.

1. Calculer $u_{n+1} - u_n$.
2. En déduire le sens de variation de (u_n).

Exercice 7

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 4n - 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 2$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.
2. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.
3. En déduire le sens de variation de (u_n).

Exercice 8

Étudier la variation des suites suivantes :

1. $u_n = n^2 - 2$.
2. $v_n = \dfrac{n}{n+1}$.