Fiche 20 - Fonction inverse

Définition

La fonction qui, au nombre x **non nul**, associe le nombre $\dfrac{1}{x}$ s'appelle la **fonction inverse**.

$$f : x \mapsto \frac{1}{x} \text{ ou } f(x) = \frac{1}{x}$$

Exercice 1

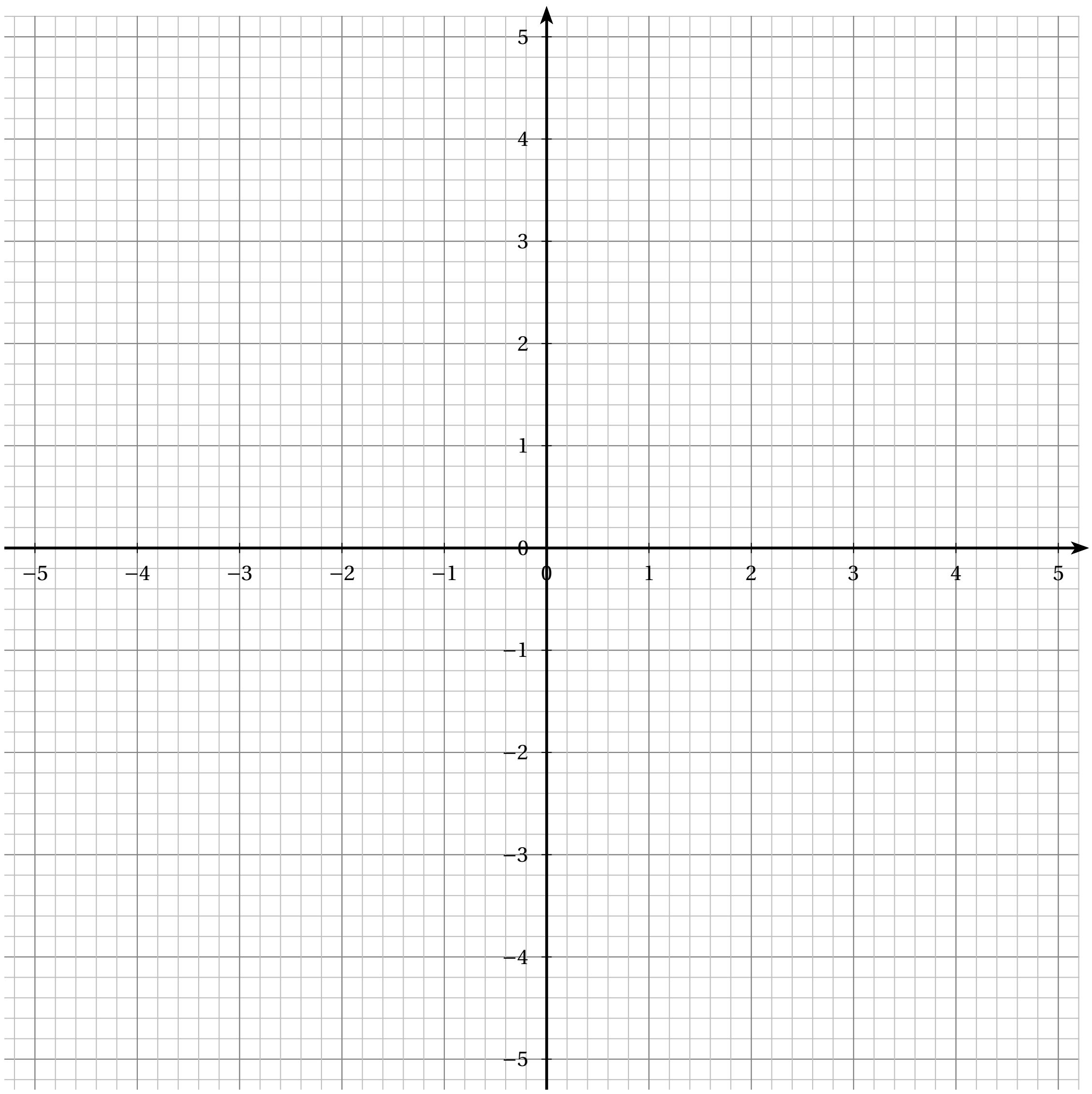
À l'aide de la calculatrice compléter le tableau de valeurs ci-dessous en arrondissant au dixième :

x	-5	-4	-3	-2	-1	-0,8	-0,5	-0,25	-0,2
$\dfrac{1}{x}$									

x	0,2	0,25	0,5	0,8	1	2	3	4	5
$\dfrac{1}{x}$									

Exercice 2

Tracer la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction dans le repère ci-dessous :



Définition

La représentation graphique d'une fonction cube s'appelle une **hyperbole**.

Dérivée

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Exercice 3

1. **a.** Quel est le signe de x^2 ? ....

   b. En déduire le signe de $f'(x)$: ....

2. Quel valeur de x est interdite pour $f(x)$ et $f'(x)$: ....

3. Compléter le tableau de variations :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		||	
Variation de f		||	

Exercice 4

Dériver les fonctions ci-dessous sur $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$ noté $\mathbb{R}^*$.

- $f(x) = \dfrac{1}{x} + 3x - 7$

  ....

- $g(x) = 4x - \dfrac{2}{x} = 4x - 2 \times \frac{1}{x}$

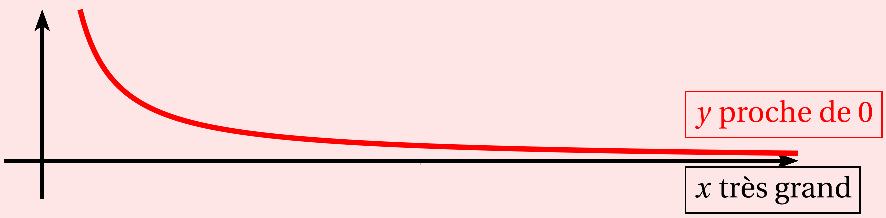
  ....

- $h(x) = 8x^2 - 5x + \dfrac{3}{x}$

  ....

Notion de limite en l'infini

On observe la représentation graphique de la fonction inverse.
Quand x tend vers $+\infty$ c'est-à-dire que l'abscisse (axe horizontal) devient très grande, on voit que la courbe se rapproche de 0 c'est-à-dire de la droite (horizontale) d'équation $y = 0$.

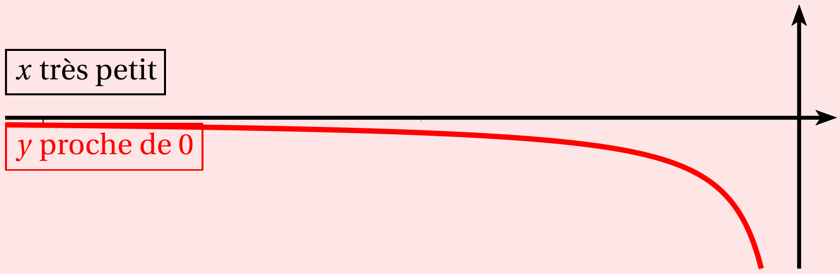


On dit que **la limite de f quand x tend vers $+\infty$ est** 0. On écrit :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

Notion de limite en l'infini

On observe la représentation graphique de la fonction inverse.
Quand x tend vers $-\infty$ c'est-à-dire que l'abscisse (axe horizontal) devient très petite, on voit que la courbe se rapproche de 0 c'est-à-dire de la droite (horizontale) d'équation $y = 0$.

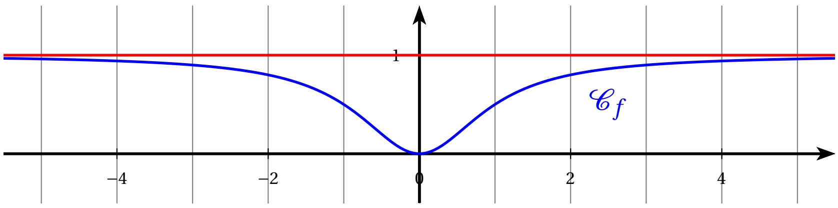


On dit que **la limite de f quand x tend vers $-\infty$ est** 0. On écrit :

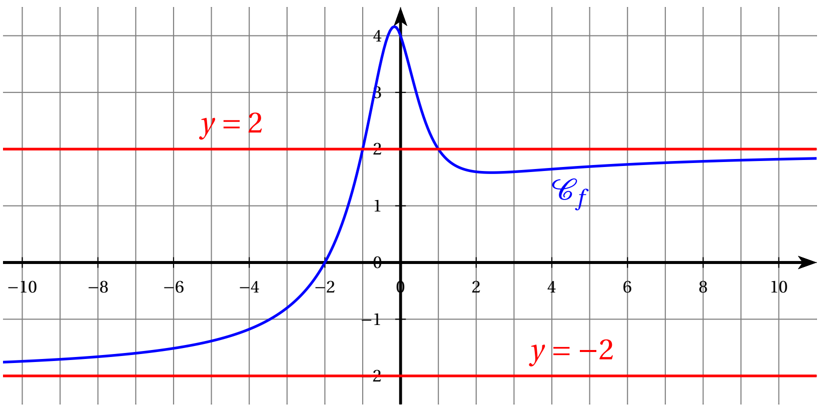
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$$

Exercice 5

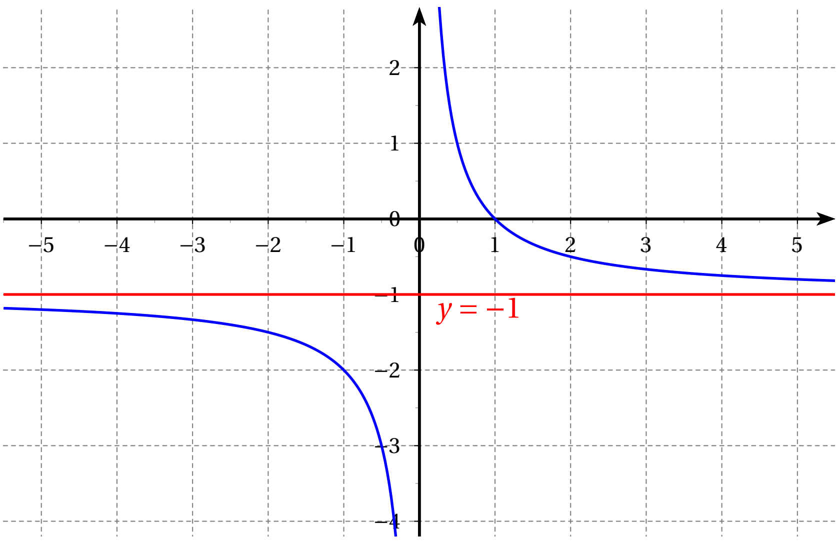
Sur chacun des graphiques ci-dessous, lire les limites des fonctions f en l'infini (+ et -).



- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ldots$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ldots$



- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ldots$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ldots$

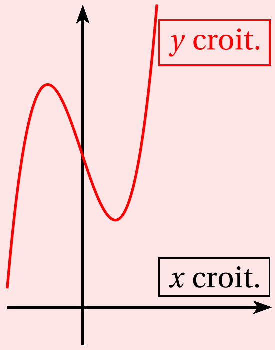


- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ldots$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ldots$

Limite infini en l'infini

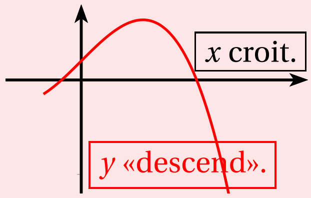
- Quand x tend vers $+\infty$, si la représentation graphique de la fonction «monte» sans s'arrêter alors on dit que **la limite de f quand x tend vers $+\infty$ est $+\infty$**. On écrit :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$



- Si la représentation «descend» sans s'arrêter, on dit que **la limite de f quand x tend vers $+\infty$ est $+\infty$**. On écrit :

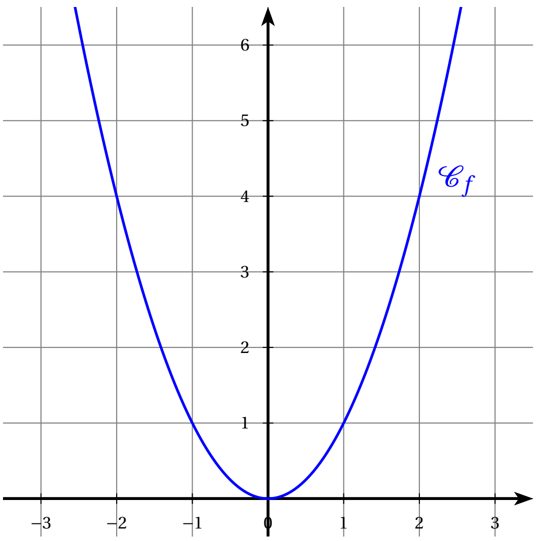
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$



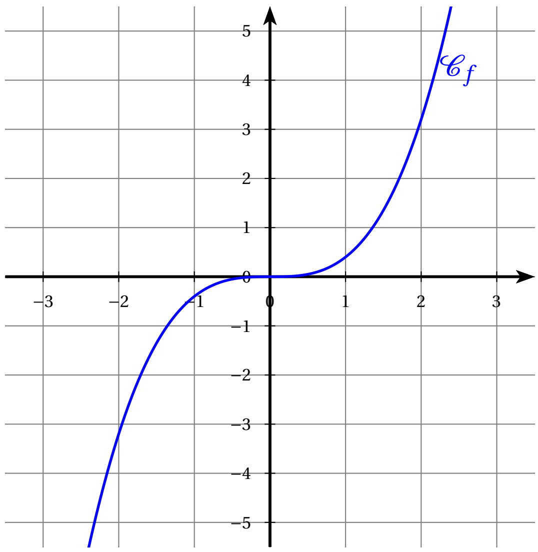
- On a une situation analogue quand x tend vers $-\infty$.

Exercice 6

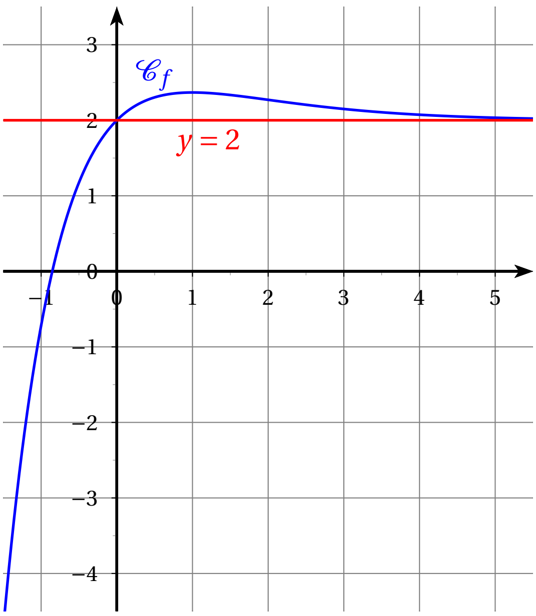
Sur chacun des graphiques ci-dessous, lire les limites des fonctions f en l'infini (+ et -).



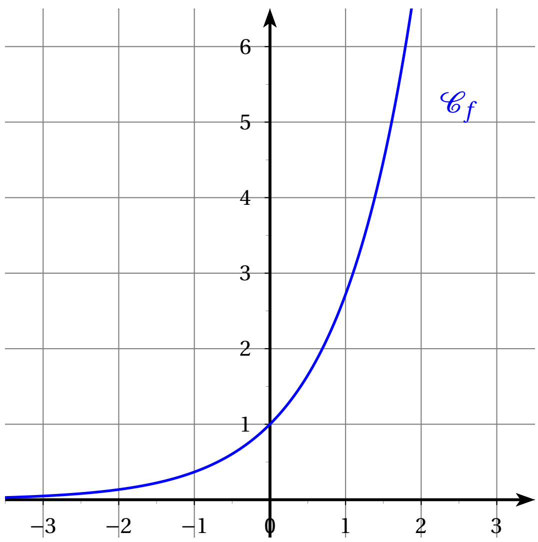
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ldots$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ldots$



$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ldots$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ldots$



$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ldots$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ldots$



$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ldots$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ldots$